

ЗАДАНИЯ II РЕГИОНАЛЬНОГО ЭТАПА
Творческого конкурса учителей математики
общеобразовательных организаций Республики Адыгея
2018 год

11 мая 2018 года

1. Решите неравенство:

$$(1 + \sin x) \cdot \sqrt{12 - x} \cdot (-x^2 + x + 6) \geq 0.$$

2. У четырехугольника $ABCD$ лучи AB и DC пересекаются в точке P , а лучи BC и AD – в точке Q . Назовем четырехугольник $ABCD$ *дважды вписанным*, если точки A, B, C, D лежат на одной окружности, а также на одной окружности лежат точки P, B, D, Q . Докажите, что площадь дважды вписанного четырехугольника $ABCD$ равна $\frac{AB \cdot BC + AD \cdot DC}{2}$.

3. Решите неравенство при всех допустимых значениях параметра a :

$$x^{\log_a x + 1} > a^2 x.$$

4. В предложенном тексте могут содержаться математические ошибки (как в условии «задачи», так и в «ответе» и «решении»). Если некорректно условие «задачи», то объясните, почему это так. Если неверно только «решение», то укажите все ошибки и приведите верное решение.

«Условие». Девятнадцать участников туристического кружка отправляются в поход в составе трех групп численностью 5, 6 и 8 человек. Какова вероятность, что две подруги – Аня и Вика – попадут в одну группу?

«Решение».

Аня и Вика могут попасть в первую группу C_5^2 способами, во вторую - C_6^2 способами, в третью - C_8^2 способами.

Всего различных комбинаций существует C_{19}^2 .

Тогда искомая вероятность равна $\frac{C_5^2 + C_6^2 + C_8^2}{C_{19}^2} = \frac{53}{171}$.

«Ответ». $\frac{53}{171}$.

5. В предложенном тексте могут содержаться математические ошибки (как в условии «задачи», так и в «ответе» и «решении»). Если некорректно условие «задачи», то объясните, почему это так. Если неверно только «решение», то укажите все ошибки и приведите верное решение.

«Условие». Решить систему
$$\begin{cases} \sqrt[y]{4^x} = 32\sqrt[3]{8y}, \\ \sqrt[y]{3^x} = 3\sqrt[3]{9^{1-y}}. \end{cases}$$

«Решение».

Перепишем систему:

$$\begin{cases} 2^{\frac{2x}{y}} = 2^5 \cdot 2^{\frac{3y}{x}}, \\ 3^{\frac{x}{3y}} = 3 \cdot 3^{\frac{2-2y}{y}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x}{y} = 5 + \frac{3y}{x}, \\ \frac{x}{y} = \frac{2-y}{y}, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = 3, \\ \frac{x}{y} = \frac{2-y}{y}, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2}, \\ y = \frac{1}{2}, \\ x = -2, \\ y = 4 \end{cases}$$

«Ответ». $\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right), (-2; 4)$.