

**1 тур (10 минут). Задача оценивается в 6 баллов**

**Команда** \_\_\_\_\_

**1.1 (белый)**

Положительные числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  удовлетворяют условию  $a + bc = (a + b)(a + c)$ .  
Докажите, что  $b + ac = (b + a)(b + c)$ .

**1 тур (10 минут). Задача оценивается в 6 баллов**

**Команда** \_\_\_\_\_

**1.2 (розовый)**

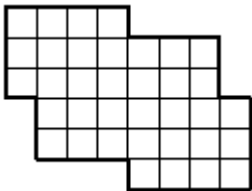
Точки  $N$  и  $M$  – середины параллельных сторон  $AD$  и  $BC$  четырехугольника  $ABCD$  соответственно. Докажите, что если  $MA$  – биссектриса угла  $BMN$ , то  $MD$  – биссектриса угла  $CMN$ .

**1 тур (10 минут). Задача оценивается в 6 баллов**

**Команда** \_\_\_\_\_

**1.3 (голубой)**

Разрежьте фигуру на четыре равные части по линиям сетки



**2 тур (15 минут). Задача оценивается в 7 баллов**

**Команда** \_\_\_\_\_

**2.1 (белый)**

Известно, что уравнение  $bx^2 + a = 0$  имеет хотя бы один корень, а уравнение  $cx^2 + b = 0$  корней не имеет. Имеет ли корни уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$ ?

**2 тур (15 минут). Задача оценивается в 7 баллов**

**Команда** \_\_\_\_\_

**2.2 (розовый)**

Пусть  $O$  – центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ . Какие углы могут быть у этого треугольника, если четырехугольник  $ABOC$  – ромб?

**2 тур (15 минут). Задача оценивается в 7 баллов**

**Команда** \_\_\_\_\_

**2.3 (голубой)**

Квас продается в бутылках по 1 литру, 0,75 литра и 0,5 литра. Петя и Вася купили 8 литров кваса. Можно ли гарантировать, что купленный напиток можно разделить поровну на двоих, не открывая бутылок?

**3 тур (20 минут). Задача оценивается в 8 баллов**

**Команда** \_\_\_\_\_

**3.1 (белый)**

Стозначное число делится как на сумму своих цифр, так и на их произведение. Может ли среди его цифр присутствовать цифра 5?

**3 тур (20 минут). Задача оценивается в 8 баллов**

**Команда** \_\_\_\_\_

**3.2 (розовый)**

В квадрат  $ABCD$  вписана окружность, которая касается сторон  $AB$  и  $AD$  в точках  $K$  и  $M$  соответственно. Прямая  $CK$  вторично пересекает окружность в точке  $N$ . Найдите угол  $BMN$ .

**3 тур (20 минут). Задача оценивается в 8 баллов**

**Команда** \_\_\_\_\_

**3.3 (голубой)**

Доска  $8 \times 8$  разбита по линиям сетки на 4 равные части. Какое наибольшее значение может принимать периметр одной из таких частей?

**4 тур (25 минут). Задача оценивается в 9 баллов**

**Команда** \_\_\_\_\_

**4.1 (белый)**

Решите в целых числах неравенство:  $x^2 < 3 - 2 \cos \pi x$ .

**4 тур (25 минут). Задача оценивается в 9 баллов**

**Команда** \_\_\_\_\_

**4.2 (розовый)**

В остроугольном треугольнике  $ABC$  через центр  $I$  вписанной окружности и вершину  $A$  провели прямую, пересекающую описанную окружность в точке  $P$ . Найдите  $IP$ , если  $\angle BAC = \alpha$ , а радиус окружности, описанной около  $ABC$ , равен  $R$ .

**4 тур (25 минут). Задача оценивается в 9 баллов**

**Команда** \_\_\_\_\_

**4.3 (голубой)**

В стране 15 городов, некоторые из которых соединены авиалиниями, принадлежащими трем авиакомпаниям. Известно, что даже если одна из авиакомпаний прекратит полеты, можно будет из любого города добраться до любого другого (возможно с пересадками), пользуясь рейсами оставшихся двух компаний. Какое наименьшее количество авиалиний может быть в стране?