



# ПЯТАЯ РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ

21 марта 2020 года

## Олимпиадный блок

**№ 1.** Пешеходная зебра состоит из 30 чередующихся чёрных и белых полос. Злостный нарушитель Василий каждую ночь тайно перекрашивает одну из полос в противоположный цвет (если после этого соседние полосы будут иметь один цвет, они объединяются в одну широкую полосу). Может ли зебра после двух недель хулиганских действий стать целиком одноцветной?

**№ 2.** На полянке собралось 30 зверят. Из них 15 имеют пушистый хвостик, а 20 — острые зубы. У трёх зверят нет ни пушистого хвостика, ни острых зубов. У скольких зверят есть и пушистый хвостик, и острые зубы?

**№ 3.** Однажды в террариуме 2 питона и 5 удавов выстроились в очередь за обедом. Все они вытянулись во всю длину вплотную друг за другом, без промежутков. Получилась очередь длиной 18 метров. Каждый питон на 2 метра длиннее удава. Какова длина питона?

**№ 4.** В квартире Азамата имеется 8 розеток, 21 тройник и неограниченный запас телефонов. Какое наибольшее число телефонов Азамат может зарядить одновременно?

**№ 5.** В Лесогории живут только эльфы и гномы. Гномы лгут, говоря про своё золото, а в остальных случаях говорят правду. Эльфы лгут, говоря про гномов, а в остальных случаях говорят правду. Однажды два лесогорца сказали:

А: Всё моё золото я украл у Дракона.

Б: Ты лжешь.

Определите, эльфом или гномом является каждый из них.

**№ 6.** В большой квадратный зал привезли два квадратных ковра, сторона одного ковра вдвое больше стороны другого. Когда их положили в противоположные углы зала, они в два слоя накрыли  $4 \text{ м}^2$ , а когда их положили в соседние углы, то  $14 \text{ м}^2$ . Каковы размеры зала?

## Методический блок

В предложенных ниже «задачах» могут содержаться математические ошибки в «решениях». Если приведено несколько «решений», то необходимо оценить каждое из них. Является ли оно правильным, частично правильным или абсолютно неверным. Какие именно ошибки были допущены? Если во всех решениях содержались ошибки, то приведите верное решение.

**№ 7.** «Задача» ИГРА: На столе лежат 13 спичек. Играют двое, за ход можно взять 1, 2 или 3 спички. Проиграет тот, кто берет последнюю спичку. Кто выиграет при правильной игре? Как играть, чтобы выиграть?

«Решение»

ДАНО:

13 спичек, ход: 1, 2, 3 сп.

Проигр. тот, кто берет последнюю.

КТО выиграет при прав.игре?

КАК играть, чтобы выиграть?

РЕШЕНИЕ:

Выиграет первый (I-ый) игрок.

1. Своим первым ходом I-ый игрок берет 3 спички.

2. Выигрышная стратегия I-го: далее всегда дополняет количество спичек соперника до кратного трём.

3. Доказательство (того, что действуя согласно такой выигрышной стратегии, первый всегда сможет выиграть): оставшиеся после первого хода I-го игрока  $13 - 3 = 10$  спичек можно мысленно разбить на группы по 3, в каждую такую тройку первым делает ход уже II-ой игрок, а у I-го всегда есть возможность ответного хода:

если II-ой взял 1 спичку, то I-ый берет ответным ходом 2 спички;

если II-ой взял 2 спички, то I-ый берет ответным ходом 1 спичку;

если II-ой взял 3 спички, то I-ый берет ответным ходом 3 спички.

И последний победный ход будет за первым — он оставляет сопернику последнюю спичку, исчерпав перед этим последнюю тройку.

«Ответ» Выиграет I-ый игрок.

**№ 8.** «Задача» Очень умные Петя и Вася выписывают четырёхзначные числа. Петя выписывает такие числа, у которых первая цифра равна сумме трёх других, а Вася такие, у которых последняя цифра равна сумме трёх других. Кто выпишет больше чисел?

«Решение»

Заметим, что если Вася смог составить число  $\overline{abcd}$ , где  $a + b + c = d$ , то Петя может составить число  $\overline{dabc}$ , в котором первая цифра равна сумме трёх других.

К примеру, число Васи 1236 легко «превращается» в число Пети 6123 и наоборот.

Таким образом, любое число Васи можно получить из числа Пети и любое число Пети превращается в число Васи.

Значит, чисел у обоих мальчиков поровну.

«Ответ» поровну.