ЗАДАНИЯ I МУНИЦИПАЛЬНОГО ЭТАПА
Открытого творческого конкурса учителей математики общеобразовательных организаций
2020 год

29 февраля 2020 года

№ 1. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $(2a-1)x^2 - ax + 2a - 3 = 0$ имеет не более одного корня.

№ 2. Решите уравнение $\dfrac{1}{\sqrt{3x-5}} = (3x-5)^{\log_{\frac{1}{25}}(1+5x-x^2)}$.

№ 3. Из пункта A в пункт B доставлена почта. Сначала ее вез мотоциклист; проехав $2/3$ расстояния от пункта A до пункта B, он передал почту ожидавшему его велосипедисту, который и доставил ее в пункт B (время, потребовавшееся на передачу почты, считается равным нулю). При этом почта была доставлена из пункта A в B за промежуток времени, необходимый, чтобы проехать от пункта A до пункта B со скоростью 40 км/ч. Известно, что если бы мотоциклист и велосипедист выехали из пунктов A и B одновременно навстречу друг другу, то они встретились бы через промежуток времени, необходимый для проезда от пункта A до пункта B со скоростью 100 км/ч. Найдите скорость мотоциклиста, считая, что она больше скорости велосипедиста.

№ 4. В выпуклом четырехугольнике длины диагоналей равны одному и двум метрам. Найдите площадь четырехугольника, зная, что длины отрезков, соединяющих середины его противоположных сторон, равны.

№ 5. *В предложенном тексте могут содержаться математические ошибки (как в условии «задачи», так и в «ответе» и «решении»). Если некорректно условие «задачи», то объясните, почему это так. Если неверно только «решение», то укажите все ошибки и приведите верное решение.*

«Условие» Решите уравнение $\operatorname{tg}\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) = 3\operatorname{ctg} x - 1$.

«Решение» Левую часть уравнения преобразуем по формуле тангенса суммы и перейдём к новой переменной $y = \operatorname{tg} x$. Получим для этой переменной уравнение:

$$\frac{y+1}{1-y} = \frac{3}{y} - 1.$$

Из этого уравнения найдём $y = \dfrac{3}{5}$. Значит, $x = \operatorname{arctg}\dfrac{3}{5} + \pi k$.

«Ответ» $\operatorname{arctg}\dfrac{3}{5} + \pi k$.