ЗАДАНИЯ II РЕГИОНАЛЬНОГО ЭТАПА
Открытого творческого конкурса учителей математики общеобразовательных организаций
2020 год

19 июля 2020 года

№ 1. Чему равна сумма корней уравнения $4^{x+0,5} - (\lg^2 5 + \lg^2 2) \cdot 2^x = 2^{x+6} - 8$?

№ 2. В ряд выписаны а) 11 единиц; б) 10 единиц. Расставьте между некоторыми из них знаки арифметических операций: сложения, вычитания, умножения, деления и скобки так, чтобы значение полученного числового выражения было равно 2020.

№ 3. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AB угол B равен $\operatorname{arctg}\dfrac{8}{15}$. Окружность радиуса 1, вписанная в угол C, касается стороны CB в точке M и отсекает от основания отрезок KE. Найти площадь треугольника KMB, если известно, что $MB = \dfrac{15}{8}$.

В предложенных текстах (№4 и №5) могут содержаться математические ошибки (как в условиях «задач», так и в «ответах» и «решениях»). Если некорректно условие «задачи», то объясните, почему это так. Если неверно только «решение», то укажите все ошибки и приведите верное решение.

№ 4. «Задача»: В ряд выложены 7 арбузов. Известно, что вес первого арбуза равен 2050 гр, вес последнего — 1450 гр. Найти вес второго арбуза, если вес каждого арбуза, кроме первого и последнего, на 200 гр меньше среднего арифметического двух соседних арбузов.
«Решение:» Обозначим $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ вес каждого арбуза.

Составим уравнения, удовлетворяющие условию задачи: $\begin{cases} 2a_2 = a_1 + a_3 - 400; \\ 2a_3 = a_2 + a_4 - 400; \\ 2a_4 = a_3 + a_5 - 400; \\ 2a_5 = a_4 + a_6 - 400; \\ 2a_6 = a_5 + a_7 - 400; \end{cases}$

Отсюда имеем: $\begin{cases} a_3 = 2a_2 - a_1 + 400; \\ a_4 = 3a_2 - 2a_1 + 1200; \\ a_5 = 4a_2 - 3a_1 + 2400; \\ a_6 = 5a_2 - 4a_1 + 4000; \\ a_7 = 6a_2 - 5a_1 + 6000; \end{cases}$

или $1450 = 6a_2 - 5 \cdot 2050 + 6000$. Отсюда $a_2 = 950$.
Ответ: 950.

№ 5. «Задача»: Решить неравенство: $\log_{1-\frac{x^2}{37}}(x^2-12|x|+37)-\log_{1+\frac{x^2}{37}}(x^2-12|x|+37)\geq 0.$

«Решение:» Воспользуемся формулой перехода к другому основанию: $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}.$

$$\frac{1}{\log_{x^2-12|x|+37}\left(1-\dfrac{x^2}{37}\right)}-\frac{1}{\log_{x^2-12|x|+37}\left(1+\dfrac{x^2}{37}\right)}\geq 0;$$

$$\frac{\log_{x^2-12|x|+37}\left(1+\dfrac{x^2}{37}\right)-\log_{x^2-12|x|+37}\left(1-\dfrac{x^2}{37}\right)}{\log_{x^2-12|x|+37}\left(1-\dfrac{x^2}{37}\right)\cdot\log_{x^2-12|x|+37}\left(1+\dfrac{x^2}{37}\right)}\geq 0;$$

$$\frac{(x^2-12|x|+36)\left(1+\dfrac{x^2}{37}-1+\dfrac{x^2}{37}\right)}{(x^2-12|x|+36)\left(1-\dfrac{x^2}{37}-1\right)(x^2-12|x|+36)\left(1+\dfrac{x^2}{37}-1\right)}\geq 0;$$

$$\frac{2\cdot\dfrac{x^2}{37}}{(x^2-12|x|+36)\cdot 2\cdot\dfrac{x^2}{37}}\leq 0;$$

$$\frac{1}{(|x|-6)^2}\leq 0.$$

Решений нет.