ЗАДАНИЯ I МУНИЦИПАЛЬНОГО ЭТАПА
Творческого конкурса учителей математики общеобразовательных организаций
12 марта 2021 года

№ 1. Существует ли прямая, относительно которой симметричен график функции $y = 2^x$?

№ 2. Деревни Воробьёво, Кукушкино, Орлово, Соловьёво являются вершинами прямоугольника в указанном порядке. Стороны прямоугольника являются дорогами между деревнями. Всадник Азамат и велосипедист Сергей с постоянными скоростями стартовали одновременно из деревни Воробьёво в разных направлениях: Азамат за один час проскакал по маршруту *Воробьёво* $\to$ *Кукушкино* $\to$ *Орлово* $\to$ *Соловьёво*; Сергей за один час проехал по маршруту *Воробьёво* $\to$ *Соловьёво* $\to$ *Орлово* $\to$ *Кукушкино*. Через какое время Азамат и Сергей встретятся?

№ 3. Решите уравнение

$$\left(2\sqrt{3}\sin(\pi x + 3\pi) - \operatorname{tg}\left(\pi x - \frac{\pi}{2}\right)\right) \cdot \log_2(5 - x^2) = 0.$$

№ 4. На сторонах AD и CD параллелограмма $ABCD$ взяты точки N и K соответственно так, что $AN : ND = 1 : 4$, $DK : KC = 2 : 3$. Отрезки AK и BN пересекаются в точке O. Найдите площадь четырхугольника $OKDN$, если площадь параллелограмма $ABCD$ равна 540.

№ 5. *В предложенном тексте могут содержаться математические ошибки (как в условии «задачи», так и в «ответе» и «решении»). Если некорректно условие «задачи», то объясните, почему это так. Если неверно только «решение», то укажите все ошибки и приведите верное решение.*

«Условие» При каком значении параметра p уравнение $p \cdot 2^x + 2^{-x} = 5$ имеет единственное решение?

«Решение» Выполним преобразования:

$$p \cdot 2^x + 2^{-x} = 5 \Leftrightarrow p \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 1 = 0 \Leftrightarrow p \cdot y^2 - 5y + 1 = 0, y = 2^x.$$

Отметим, что каждому значению x соответствует одно значение y. Полученное квадратное уравнение имеет единственное решение, если дискриминант $D = 25 - 4p = 0$, то есть $p = \dfrac{25}{4}$. Кроме того, необходимо учесть, что при $p = 0$ квадратное уравнение превращается в линейное, которое также имеет единственное решение.

«Ответ» $\left\{0; \dfrac{25}{4}\right\}$.