

ЛМШ-2012.

МатБой.

10класс VS 11 класс.

1. Точка O лежит на диагонали AC выпуклого четырехугольника $ABCD$. Известно, что $OC=OD$ и что точка O одинаково удалена от прямых DA , AB , BC . Найти углы четырехугольника $ABCD$, если угол AOB равен 110 градусов, угол COD равен 90 градусов.
2. Группа отдыхающих в течение 2 ч. 40 мин. Каталась на моторной лодке по реке с постоянной скоростью (относительно воды) попеременно то по течению, то против: в каждую сторону – в общей сложности не менее, чем по часу. В итоге лодка прошла путь в 40 км (относительно берега) и, отчалив от пристани A , причалила к пристани B на расстоянии 10 км от A . В какую сторону текла река? Какова при этих условиях максимальная скорость течения?
3. Четырехугольник $ABCD$ с диагональю $BD=6$ вписан в окружность. Найти площадь этого четырехугольника, если $\angle ADB = \frac{\pi}{8}$, и $AD \cdot CE = DC \cdot AE$, где E - точка пересечения диагоналей AC и BD .
4. Найти значения a , при каждом из которых все решения уравнения $2|x-a| + a - 4 + x = 0$ принадлежат отрезку $[0,4]$.
5. Шарик радиуса r брошен в стакан образованный вращением параболы $y = 3 \cdot x^2$ вокруг оси Oy . При каком наибольшем значении r шарик достигнет дна стакана?
6. В стаде 10 коров. Первая корова может съесть стог сена за 1 день, вторая за 2 дня, и т.д. десятая за 10 дней. Кто быстрее съест один стог сена: первые две коровы вместе или остальные восемь.
7. Дано натуральное число N . Его последняя цифра стирается, стертая цифра удваивается к тому, что осталось от числа N . (Если число было однозначным, то прибавляется к нулю). Затем эта операция повторяется. Найдти все N , для которых последовательность таких чисел стабилизируется (превращается в константу).
8. При каких x оба числа $\frac{x^2 + 4x - 1}{7x^2 - 6x - 5}$ и $\frac{1 - x}{1 + x}$ целые.